

Participating media (1. část)

Martin Kahoun, Šimon Soták

9. května 2011

Úvod

Až dosud jsme při renderování uvažovali, že je scéna "vyplněna" vakuem a zanedbávali jsme médium či média, která v nich mohou být obsažena mezi pevnými objekty ve scéně a podílet se přenosu světla. Těmito mohou být například různé plyny, mraky nebo kapaliny, ale i některé pevné látky (vosk, plasty, organické struktury apod.). Ve velmi malých scénách se toto opomenutí takřka ani neprojeví¹, avšak pokud bychom chtěli renderovat například sklenici mléka, je nutné počítat s přenosem světla skrze kapalinu, ačkoliv se nám může jevit jako neprůsvitná bílá; není tomu tak, bez přenosu světla v kapalině bude sklenice mléka vypadat spíše jako sklenice latexové barvy.

Pokud se rozhodneme renderovat scény mimo vakuum a tedy uvažovat přítomnost médií podílejících se na přenosu světla (anglicky *participating media*, dále jen PMA), zvýší se tím dimenze výpočetního prostoru a tím i náročnost výpočtů oproti běžné B-rep scéně, v každém bodu prostoru se totiž může změnit směr světla nebo jeho spektrum.

Kromě renderingu lze znalostí o PMA využít v astronomii například pro výpočty rozložení hmoty v mlhovinách či k odstraňování modrého nádechu ze satelitních snímků.

Použitý model

Budeme pracovat s modelem, kde nepočítáme s částicami explicitně, ale modeluje se ich rozdělení v priestore. Z toho nám budú plynúť koeficienty, ktorými popíšeme vlastnosti toho-ktorého média.

Interakcia svetla s médiom

Najdôležitejšia veličina je pre nás radiancia. Tá sa môže zmeniť v dôsledku interakcie svetla s médiom nasledovnými spôsobmi. Všetky deje sa odohrávajú v smere paprsku, pozdĺž fixnej čiary. Tj. v tom istom bode, pozdĺž inej čiary môžu byť deje a hodnoty radiancie odlišné.

Emise – částice v bodu vyzařuje světlo (například oheň, jinak nebývá tak časté).

$$(\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}) = \varepsilon(\mathbf{x})$$

kde ε [$W/(m^3 sr)$] je emisný koeficient, ktorý udáva absolútny príbytok svetla na jednotku dĺžky v médiu. Nezávisí teda na pôvodnej radiancii paprsku.

Absorpce – částice v bodu absorbuje určité kvantum energie světelného svazku.

$$(\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla)L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega}) = -\sigma_a L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\omega})$$

kde σ_a [m^{-1}] je absorpční koeficient, ktorý udáva percentuálny úbytok radiancie na jednotku dĺžky. Pre konštantnú σ_a je teda úbytok svetla v paprsku voči prejdenej vzdialenosti exponenciálny.

¹V takovém Cornell boxu nebude rozptyl světla v atmosféře pozorovatelný.

Out-scattering – v bodu se díky rozptylu sníží intenzita světla.

$$(\omega \cdot \nabla)L(\mathbf{x}, \omega) = -\sigma_s L(\mathbf{x}, \omega)$$

kde $\sigma_s [m^{-1}]$ je rozptylový (scattering) koeficient. Rovnica je identická s rovnicou pre absorpciu. Jej význam je ale trochu iný: pri absorpcii svetlo zanikne, bez stopy. Pri out-scatteringu sa svetlo iba odrazí od častice do iného smeru. Keďže nás ale zaujíma radiancia pozdĺž fixnej čiary, matematicky je výsledok rovnaký.

In-scattering – v bodu se díky rozptylu zvýší intenzita světla.

$$(\omega \cdot \nabla)L(\mathbf{x}, \omega) = \frac{\sigma_s}{4\pi} \int_{4\pi} L(\mathbf{x}, \omega') d\sigma(\omega')$$

Duálny jav k out-scatteringu. Svetlo pôvodne idúce iným smerom sa odrazí do smeru našej fixnej čiary, takže ho musíme zaradiť do radiancie. Používa ten istý koeficient, ako out-scattering, pretože energia pri týchto dvoch javoch vesmäs nevzniká ani nezaniká.

Výraz $(\omega \cdot \nabla)L(\mathbf{x}, \omega)$ sa vyskytuje vo všetkých rovniciach, a znamená 'derivácia radiancie v bode \mathbf{x} pozdĺž smeru ω '. Každá rovnica teda hovorí o zmene radiancie na jednotku dĺžky pozdĺž nejakej čiary.

Pozn: S emisívitou PMa sa často vôbec nepočíta. Neuvidíme ju preto ani v upravenej zobrazovacej rovnici.

Odvozené charakteristiky

Z koeficientov ktoré sme práve videli sa odvodzuje ešte zopár užitočných charakteristík.

- $\sigma_t = \sigma_a + \sigma_s [m^{-1}]$ – transportný (alebo extinkčný) koeficient
- $\frac{\sigma_s}{\sigma_t}$ – albedo, neboli procentuální vyjádření rozptylu světla. Typicky sú média s vysokým albedom ťažšie na rendering, napr. mlieko, oblaky.
- $\frac{1}{\sigma_t}$ – mean free path, zavádza sa pre homogénne médiá. Udáva priemernú vzdialenosť, ktorú urazí paprsok predtým ako nastane absorpcia alebo scattering (predtým ako 'narazí do nejakej častice' média).

Fázová funkce

Analogií BRDF pro PMa je tzv. fázová funkce popisující směrovou distribuci rozptýleného světla. Jedná se o hustotu pravděpodobnosti definovanou na sféře. Speciálním případem je izotropná fázová funkcia, ktorá má tvar

$$p_{uni}(\theta) = \frac{1}{4\pi},$$

Zde se sluší poznamenat, že PMa s ryze izotropní fázovou funkcí neexistují (respektive nejsou známa); u těch, která se tak jeví, se efekt dostavuje díky průměru mnoha různých jevů (in/out-scattering a absorpce s vysokou četností). Uvedieme si dva základné modely anizotropného rozptylu světla:

Rayleigh scattering – světlo interaguje s částicemi menšími než je vlnová délka světla (atomy a molekuly). Fázová funkce pro Rayleigh scattering vypadá takto²:

$$p_{ray}(\theta) = \frac{3}{4}(1 + \cos^2 \theta)$$

Tento druh rozptylu jednak částečně polarizuje světlo a jednak koeficient rozptylu σ_s závisí na vlnové délce vztahem λ^{-4} , díky čemuž se červené světlo rozptyluje méně než modré. To spôsobuje, že slnko sa nám javí ako žltej farby a obloha modrej.

²Měla by být ještě parametrizována vlnovou délkou, viz níže.

Mie scattering – světlo interaguje s částicemi řádově většími než je vlnová délka světla (kapky rosy, sněhové vločky apod. Fázovou funkci pro Mie scattering je nutné aproximovat, zde uvádíme Henyey-Greensteinovu aproximaci

$$p_{hg}(\theta, g) = \frac{1}{4\pi} \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos^2 \theta)^{\frac{3}{2}}}$$

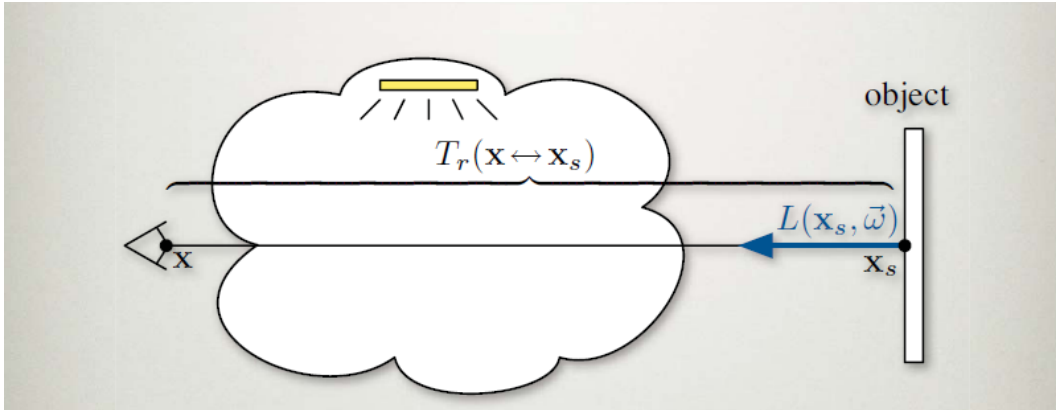
kde parametr $g \in (-1, 1)$ je tzv. parametr asymetrie určující hlavní směr laloku; je kladný, jedná-li se o dopředný rozptyl (napr. voda) a záporný v případě zpětného rozptylu (*backscattering*, napr. prach). Pro izotropné médiá, $g = 0$.

Objemová rovnice

Chceme-li do výpočtů osvětlení zahrnout PMA musíme sestavit pro přenos světla objemovou rovnici. Podobně jako klasická zobrazovací rovnice se dá objemová vyjádřit ve dvou tvarech. Její směrová definice vypadá následovně:

$$L(\mathbf{x}, \omega) = \underbrace{\int_0^s T_r(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}_t) \cdot \sigma_s(\mathbf{x}_t) \cdot L_i(\mathbf{x}_t, \omega) \cdot dt}_{(1a)} + \underbrace{T_r(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}_s) \cdot L(\mathbf{x}_s, \omega)}_{(1b)} \quad (1)$$

Druhý člen



Obrázek 1: ilustrácia sčítanca (1b)

V druhom člene (1b), $L(\mathbf{x}_s, \omega)$ predstavuje radianciu odrazenú od povrchu v bode \mathbf{x}_s . Hodnota tejto radiancie sa riadi klasickou zobrazovacou rovnicou. Táto odrazená radiancia ale nedoputuje k pozorovateľovi v pôvodnej hodnote, pretože je po ceste utlmená v médiu. Toto utlmenie je reprezentované členom $T_r(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}_s)$.

T_r je prenosová funkcia (*transmittance function*) vyjadrujúca, koľko svetla sa v médiu ztratí medzi dvoma body, definovaná:

$$T_r(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}') = e^{-\tau(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}')}$$

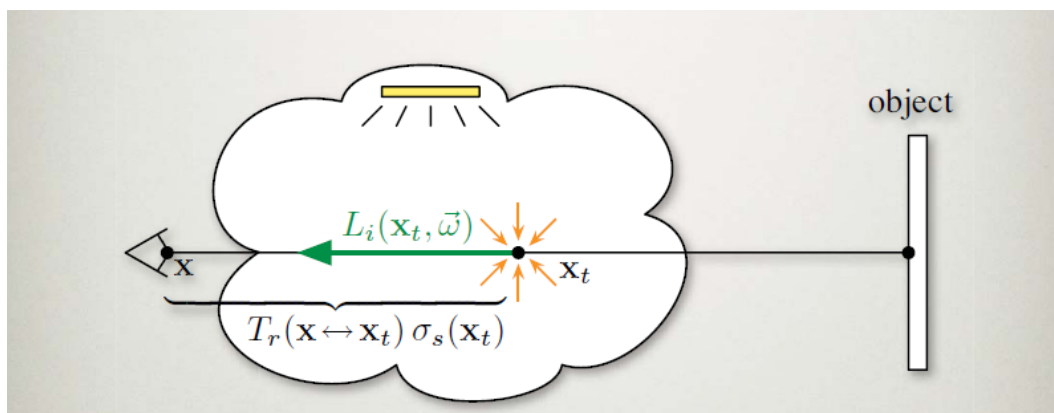
kde

$$\tau(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}') = \int_{\mathbf{x}}^{\mathbf{x}'} \sigma_t(u) du$$

Špeciálne Beer-Lambert-Bouguerův zákon udáva útlum svetla při průchodu *homogenním* médiem:

$$T_r(d) = e^{-d\sigma_t} \quad (2)$$

Prvý člen



Obrázek 2: ilustrácia integrandu v sčítanci (1a)

Prvý člen, (1a), je jednorozmerný integrál cez všetky body \mathbf{x}_t na úsečke od pozorovateľa k bodu \mathbf{x}_s . Sčítame v ňom príspevky in-scatteringu (L_i) do bodu \mathbf{x}_t utlmené funkciou transmitancie medzi \mathbf{x} (pozorovateľom) a \mathbf{x}_t .

L_i predstavuje svetlo sesbírané ze všetkých smerů v niejakom bode v médiu:

$$L_i(\mathbf{x}, \omega) = \int_{4\pi} p(\mathbf{x}, \omega', \omega) \cdot L(\mathbf{x}, \omega') d\omega' \quad (3)$$

kde $p(\mathbf{x}, \omega, \omega')$ je fázová funkcia.

Reprezentace médií

Koeficienty jsou stanoveny vždy pro nějaký konkrétní druh média. Pokud by jsme měli médium smíchané z více různých medií v daném poměru, pak se koeficienty celého média získají váženou lineární kombinací koeficientů jednotlivých medií. Napr. ak poznám koeficienty pre mlieko a pre vodu, stačí ich lineárne skombinovať s nejakou váhou a získam koeficienty pre mlieko zriedené s vodou v príslušne váženom pomere.

Reprezentace PMA v paměti, tak, aby se s nimi dalo pohodlně pracovat je jedním z problémů, které je potřeba vyřešit, aby bylo vůbec možné renderovat scény obsahující PMA. Hlavní překážkou je objemová povaha medií z čehož plynou potenciálně velká množství dat. Existuje několik přístupů, jak se tohoto problému zhostit. Každý má své výhody i nevýhody a nedá se obecně říct, který z nich je nejlepší. Každý se hodí pro něco.

3D voxelová mřížka

Médium reprezentujeme voxelovou mřížkou, kde se v každém voxelu ukládají důležité charakteristiky (hustota a odvozené koeficienty).

Výhody: přesnost, snadná reprezentace detailů (jemnější mřížkou), rychlé vyhodnocování

Nevýhody: velké paměťové nároky (především u animací), špatná editace, problémy s HDR

Množina bodů

Médium reprezentujeme jako množinu bodů (vzorků média) v prostoru. Každý bod má definovanou hustotu, při dotazování je nutno provádět interpolaci z okolních bodů.

Výhody: adaptivní v čase (dobře se animuje) – 1:1 korespondence s částicovou simulací, slušné nároky na paměť, snazší manipulace s daty

Nevýhody: pomalé vyhodnocování, ne úplně zřejmá interpolace mezi body

Analytická reprezentace

Pro média, jež jsou nějak omezena se dá nalézt příhodná analytická reprezentace. Typickým příkladem je atmosféra. Jedná se o rozlehlé médium ve sféře, jehož hustota klesá s narůstající vzdáleností od středu.

Výhody: velmi rychlé vyhodnocování, není potřeba ukládat v paměti nic víc než parametry funkce, je možné předpočítávat hodnoty

Nevýhody: příliš velká omezení – jednoduché tvary a situace

Kombinace

Lze též využít kombinace několika technik. Například pro mrak můžeme "vnitřek" reprezentovat analytickou funkcí a až na okrajích mít postavenou 3D mřížku dodávající detaily. Další možností je použít billboardy s elementární texturou, které se budou pomocí alfa kanálu míchat dohromady.

Výhody: v mnoha případech dobrý poměr zabrané paměti vůči detailům

Nevýhody: komplikovaná manipulace, vizuální problémy (billboardy mají tendenci být rozmazané a nevypadají realisticky, mraky například nemusí být ani uvnitř homogenní)

Neinteraktivní renderování

Pro offline renderování PMa je možné použít nám již známých metod, které je potřeba jen poupravit, aby počítaly s nepřítomností vakua ve scéně. Opět platí, že některé metody mohou být pro konkrétní případy méně vhodné.

Ray marching

Je metoda založená na ray castingu. Od kamery vrháme ve směru pohledu paprsky do scény a hledáme první a poslední průsečík s médiem. Segment mezi průsečíky potom vzorkujeme. Na těchto vzorcích počítáme osvětlení. To provádíme vzorkováním vektoru, vedeného z pozice aktuálního vzorku směrem ke světelnému zdroji (viz Obrázek 3). Osvětlení spočtené na vzorcích segmentu nakonec použijeme k určení výsledné radiance směřující do kamery.

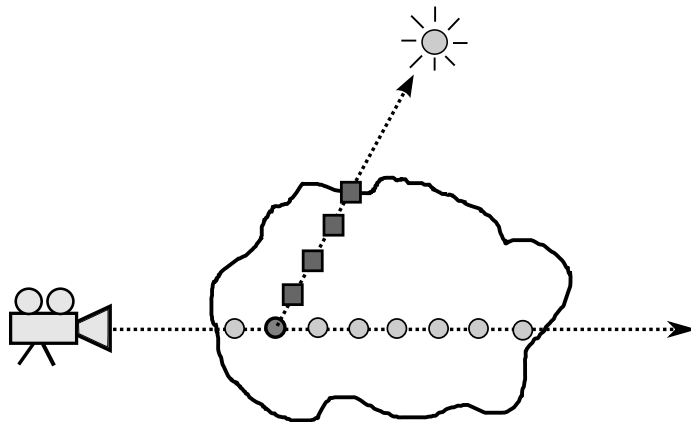
Matematicky to znamená, že integrál v zobrazovací rovnici nahradím sumou:

$$L(\mathbf{x}, \omega) \approx \left(\sum_{t=0}^{S-1} T_r(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}_t) \cdot \omega_s(\mathbf{x}_t) \cdot L_i(\mathbf{x}_t, \omega) \cdot \Delta_t \right) + T_r(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}_s) \cdot L(\mathbf{x}_s, \omega)$$

kde S je počet samplov pozdlž paprsku od pozorovatele.

Transmitanci T_r můžeme počítat inkrementálně podle vzorca $T_r(\mathbf{x}_1 \leftrightarrow \mathbf{x}_3) = T_r(\mathbf{x}_1 \leftrightarrow \mathbf{x}_2) \cdot T_r(\mathbf{x}_2 \leftrightarrow \mathbf{x}_3)$ ktorý predpokladá homogenitu média po úsekoch. Alebo, v prípade že celé médium modelujeme ako homogénne, môžeme T_r počítat analyticky. Vtedy totiž môžeme použiť Beer-Lambertov zákon (2), a výpočet transmitancie tak bude analytický. Výpočet sa tak urýchli a spresní.

L_i v zobrazovacej rovnici predstavuje radianciu zo všetkých smerov, ale my počítame iba príspevok priameho osvetlenia, a zanedbávame všetkú interakciu svetla s médiom na viac ako 1 rozptyl. To spôsobuje, že v médiách s vysokým albedom sa s ray-marchingom stratí obrovský podiel energie (pretože out-scattering zarátame, ale väčšinu in-scatteringu už nie).



Obrázek 3: Vzorkovanie paprsku prochádzajúceho médium je značeno kruhy. Čtverce znázorňujú vzorkovanie svetelného vektora.

Médium je obvykle reprezentované formou 3D mřížky nebo analytickou funkcí. Výhodou algoritmu je především jednoduchost. K nevýhodám pak patří, že není nestranný, dále pak nízká rychlost, omezení na single scattering a problematický antialiasing.

Path-tracing

Path-tracing pro renderování PMA je vcelku výhodný vzhledem ke své univerzálnosti a jednoduchosti. Navíc je *nestranný*. Dají se ovšem nalézt patologické případy, kdy bude renderování neúnosně pomalé – typicky mraky, které jsou silně anizotropické a mají vysoké albedo. Myšlenka úpravy pro renderování PMA pomocí path-tracingu spočívá ve vzorkování média ve směru pohledu kamery a generování náhodných procházek skrze médium.

Potřebujeme teda vziať zobrazovaciu rovnicu (1) a aplikovať na ňu Monte-Carlo. Najprv sa sústreďme na prvý člen rovnice (1a), to je ten, ktorý nás momentálne zaujíma. Nachádzajú sa v ňom 2 integrály, jeden zanorený v druhom. Vonkajší integrál integruje cez body na paprsku, a vnútorný integrál (3) cez smery z tohto bodu. Pre metódu Monte-Carlo si musíme povedať, ako budeme vyberať vzorky, v ktorých budeme funkcie vyhodnocovať.

Najprv budeme vzorkovať bod na paprsku \mathbf{x}' , a následne na základe tohto výberu navzorkujeme smer ω' . Získame tak zanorený estimátor tvaru

$$\frac{f}{p} = T_r(\mathbf{x} \leftrightarrow \mathbf{x}_t) \cdot \left[\frac{\sigma_s(\mathbf{x}') \cdot p(\mathbf{x}', \omega', \omega) \cdot L(\mathbf{x}', \omega')}{p(\omega')} \right] / p(\mathbf{x}')$$

Ako vždy pri MC, budeme sa snažiť robiť vzorkovanie podľa dôležitosti (*importance sampling*). Čo sa týka vzorkovania smeru, tak sa podobne ako pri BRDF budeme snažiť vzorkovať hustotu, ktorá čo najviac zodpovedá fázovej funkcii. Ak to vieme analyticky, tak sa rovno zo vzorca vykráti.

Čo sa týka vzorkovania polohy na dráhe paprsku, určite to nechceme rovnomerne, ako pri ray marchingu. Ideálne by bolo robiť importance sampling podľa transmitancie T_r . V prípade, že máme homogénne médium, pomôžeme si Beer–Lambertovým zákonom (2). Vzorkovať teda chceme priamo z výrazu

$$T_{homo}(d) = \exp(-d\sigma_t)$$

Najprv prevedieme tento výraz na PDF normalizáciou:

$$p_{homo}(d) = \frac{\exp(-d\sigma_t)}{\int_0^\infty \exp(-x\sigma_t) dx}$$

kde

$$\int_0^{\infty} \exp(-x\sigma_t) dx = -\frac{1}{\sigma_t} [\exp(-x\sigma_t)]_0^{\infty} = \frac{1}{\sigma_t}$$

a teda

$$p_{\text{homo}}(d) = \frac{\exp(-d\sigma_t)}{\frac{1}{\sigma_t}} = \sigma_t \exp(-d\sigma_t)$$

Ďalej, aby sme vedeli podľa tejto hustoty vzorkovať, potrebujeme získať jej kvantilovú funkciu. Na to najprv musím hustotu zintegrováť, a tak získať jej distribučnú funkciu a následne túto CDF zinvertovať:

$$\begin{aligned} F_{\text{homo}}(x') &= \int_0^{x'} p_{\text{homo}}(t) dt = \sigma_t \int_0^{x'} \exp(-t\sigma_t) dt = \\ &= \sigma_t \frac{1}{-\sigma_t} [\exp(-t\sigma_t)]_0^{x'} = -[\exp(-t\sigma_t)]_0^{x'} = 1 - \exp(-x'\sigma_t) \end{aligned}$$

A teraz tento výraz zinvertovať:

$$\begin{aligned} \xi &= 1 - \exp(-x'\sigma_t) \\ 1 - \xi &= \exp(-x'\sigma_t) \\ \ln(1 - \xi) &= -x'\sigma_t \\ x' &= -\frac{\ln(1 - \xi)}{\sigma_t} \end{aligned}$$

kde $\xi \sim \text{uniform}(0, 1)$.

Treba si dať pozor na prípad, kedy médium nie je nekonečné. Vtedy musím vziať minimum zo:

1. vzdialenosti konca média od pozorovateľa
2. vzdialenosti do najbližšieho priesečníku s (tuhou) geometriou od pozorovateľa

A ak je vzorka vygenerovaná ďalej ako toto minimum, tak počítam druhý sčítanec integrálu (1b) namiesto prvého.